

## Arbeit und Energie im System bilanzieren

Wir wünschen viel Spaß mit **Teil 2** der Einheit



Michaela Weber

Prof. Claudia Schäfle

Dr. Franziska Graupner

Didaktik-Projekt - [www.pro-aktjv.de](http://www.pro-aktjv.de)

Fakultät für Angewandte Natur- und Geisteswissenschaften/Physik



gefördert durch

Bayerisches Staatsministerium für  
Wissenschaft und Kunst



## 1 Einführung und Lernziele

Das Wort „Energie“ wird in vielen verschiedenen Kontexten verwendet.

Vielleicht fallen Ihnen Begriffe ein wie Kernenergie, regenerativen Energien, fossiler Energie, Windenergie... Bewegte Objekte haben Energie. Auch Wärme, elektrischer Strom und Muskelkraft haben etwas mit Energie zu tun. Wir sollen Energie sparen. Zugleich hieß es im Physikunterricht der Schule, dass Energie erhalten bleibt.

Doch was genau ist Energie? Eine allgemeine Definition ist nicht einfach.

Wir wollen das Konzept in dieser Lerneinheit stückweise erfassen.

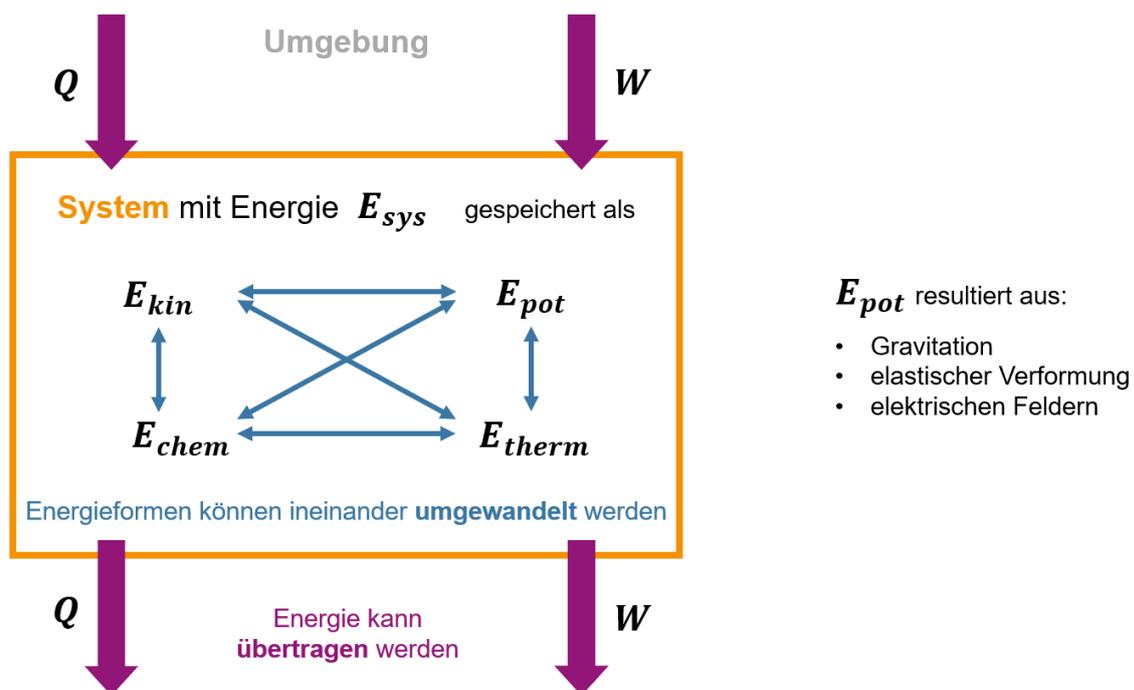
Sie sollten am Ende dieser Einheit

- verschiedene Energieformen benennen können.
- verstehen, dass diese innerhalb eines Systems ineinander umgewandelt werden können und
- erkennen, ob Energie über die Grenzen des Systems hinein oder aus ihm heraus übertragen wird.

Das alles lässt sich in nachfolgendem Schema darstellen. Nach dieser Lektion sollten Sie

- das Schema verstehen und auf verschiedene technische Fragestellungen anwenden können,
- daraus das Energiebalkendiagrammen ableiten können, das übersichtlich den Lösungsansatz für die Fragestellung liefert.

**Nutzen Sie am Ende der Selbstlerneinheit diese Liste der Lernziele zur Kontrolle und haken Sie ab.**



**Schema 1:** Energie bilanzieren im System

## 2 Energieumwandlung im System

### 2.1. Potentielle und kinetische Energie

Die Form der Energie, die mit der Position von Massen im Gravitationsfeld der Erde zusammenhängt, ist die gravitative potentielle Energie  $E_{pot,grav}$ , wobei  $E_{pot,grav} = m \cdot g \cdot h$  ist mit Masse  $m$ , Erdbeschleunigung  $g$ , Höhe  $h$ , die im Allgemeinen mit zunehmender Entfernung zur Erde zunimmt, und Einheit Joule  $[E] = kg \cdot \frac{m^2}{s^2} = J$ . Dabei muss festgelegt werden an welcher Stelle  $h = 0$  ist, d.h. es muss ein Nullniveau gewählt werden.

Beispiel: Wir betrachten ein Fadenpendel, das reibungsfrei im Gravitationsfeld der Erde vom Punkt maximaler Auslenkung zum Punkt der Ruhelage schwingt. Als Nullniveau wählen wir den tiefsten Punkt der Kugel. Auf das System aus Fadenpendel und Planet Erde wirken keine äußeren Kräfte<sup>1</sup>, sodass keine Arbeit von äußeren Kräften am System verrichtet wird. Ergänzen Sie das Energiebalkendiagramm in Abb.4 und achten Sie auf die richtige Balkenlänge!

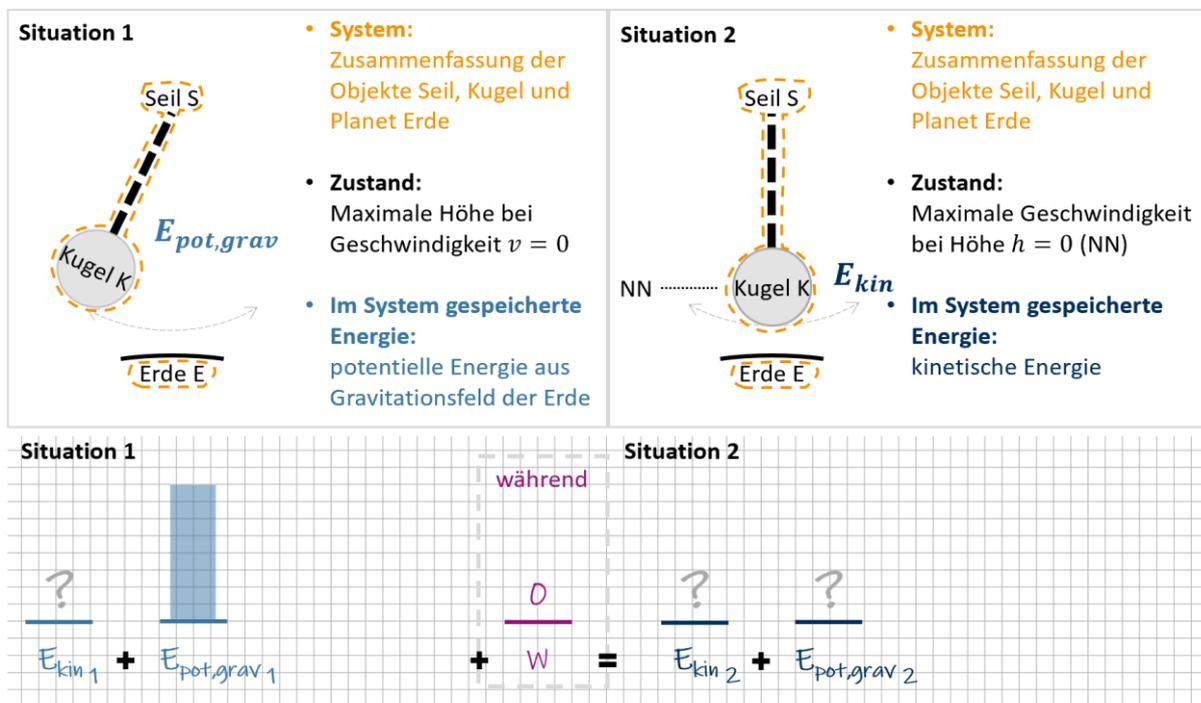
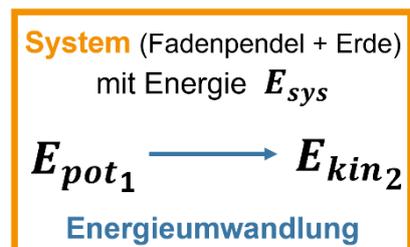


Abb.4: Fadenpendel: Vorher/Nachher-Skizze und Energiebalkendiagramm (unvollständig).

Während des Vorgangs wird keine Energie über die Systemgrenzen hinweg übertragen. Wenden wir das Energieprinzip an, bedeutet dies  $\Delta E_{sys} = W = 0$ . Demnach muss die Menge der Energie im System  $E_{sys}$  vor und nach dem Vorgang gleich groß sein. Sprich: Die Energie  $E_{sys}$  ist erhalten.

Es erfolgt allerdings eine Umwandlung der im System gespeicherten Energien, sodass sich die Energie  $E_{sys}$  anders auf die Energieformen des Systems verteilt:



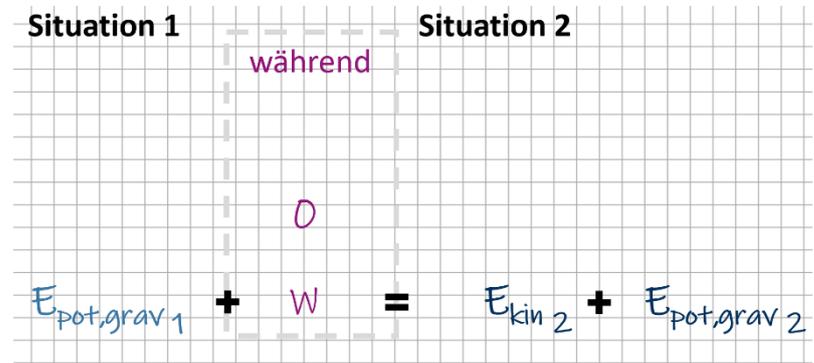
Schema 3: Energieumwandlung im System für das Beispiel Fadenpendel

<sup>1</sup> Die Gravitationskraft, die der Planet Erde auf die Masse des Fadenpendels ausübt, ist keine äußere Kraft aus der Umgebung, sondern eine Kraft im Innern des Systems, da die Erde Teil des Systems ist.

In Situation 1 ist potentielle Energie  $E_{pot,grav}$  im System gespeichert. In Situation 2 liegt diese vollständig in Form kinetischer Energie  $E_{kin}$  vor.

Wahl des Nullniveaus:

Wählen Sie nun das Nullniveau so, dass  $h_2 = 2$  cm ist und zeichnen den gleichen Vorgang in nebenstehendes Energiebalkendiagramm.



Wählen Sie nun  $h_1 = 0$  als Nullniveau und zeichnen Sie dies ebenfalls.

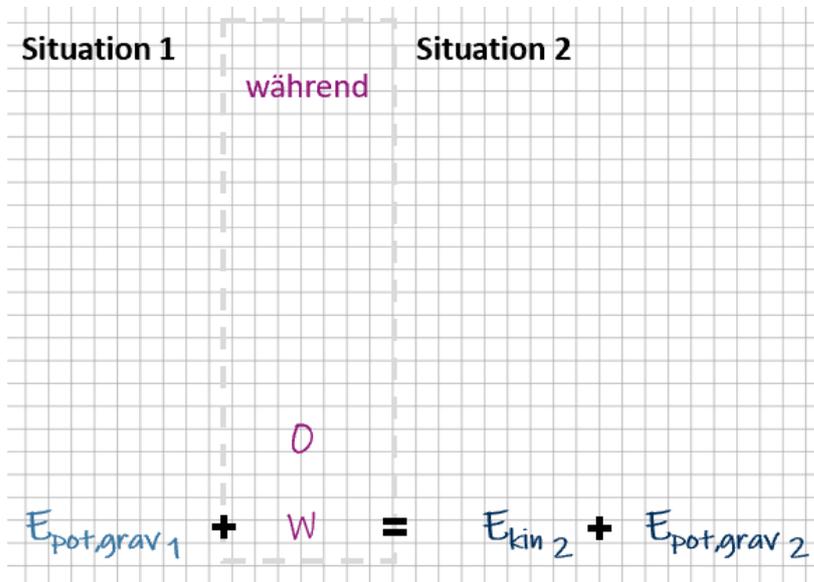


Abb.5: Vorlagen für weitere Energiebalkendiagramme des Fadenpendels.

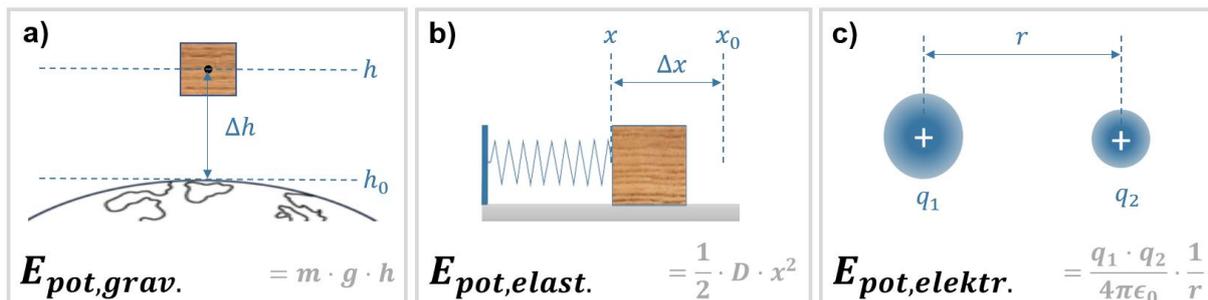
Ist das frei wählbare Nullniveau von  $E_{pot,grav}$  für das Energieprinzip relevant?

## 2.2. Energieformen

Die im Beispiel Fadenpendel vorliegenden Energieformen potentielle und kinetische Energie werden auch als mechanische Energie bezeichnet:  $E_{mech} = E_{kin} + E_{pot}$ . Sie können jeweils ineinander umgewandelt werden.

Allgemein kann Energie in einem System in verschiedenen Formen vorliegen. Dabei gilt:

- **Kinetische Energie** ist verknüpft mit der Bewegung des Systems.
- **Potentielle Energie** ist von der Position der Objekte im System und der Wechselwirkung zwischen den Objekten abhängig. Dies kann aufgrund von Gravitation, Federkraft oder elektrischen Kräften der Fall sein (Beispiele siehe Abb.5).



**Abb.6:** Beispiele für die drei potentiellen Energieformen:

(a) Potentielle Energie einer Masse im Gravitationsfeld der Erde, (b) potentielle elastische Energie einer gespannten Feder, (c) potentielle elektrische Energie zweier Punktladungen.

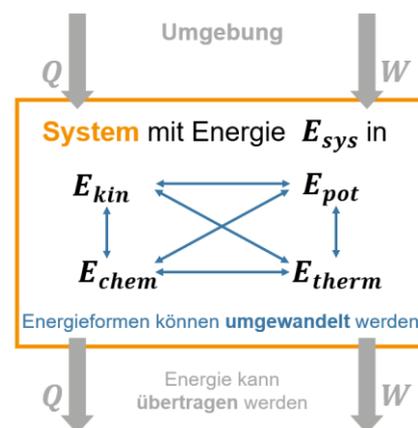
Darüber hinaus gibt es zwei weitere Energieformen, die wir benötigen und die häufig auch unter dem Begriff innere Energie U zusammengefasst werden:

- **Thermische Energie** ist mit der Temperatur des makroskopischen Systems verknüpft. In der Wärmelehre werden wir verstehen lernen, dass diese makroskopisch thermische Energie die Summe aller mechanischer Energien der mikroskopischen Teilchen und ihrer Bindungen ist; d.h. die ungeordnete kinetische Energie der Teilchenbewegung sowie die potentiellen Energien zwischen den Teilchen. Änderungen der thermischen Energie treten in den betrachteten Fällen bei Temperaturänderungen und bei Phasenübergängen auf.
- **Chemische Energie** ist mit chemischen Elementen bzw. Verbindungen assoziiert. Sie ändert sich, wenn chemische Stoffumwandlungen im System stattfinden.

Die Energie eines Systems  $E_{sys}$  ist die Summe der einzelnen im System gespeicherten Energien:

$$E_{sys} = E_{kin} + E_{pot} + E_{chem} + E_{therm}$$

Je nach betrachteter Situation sind noch andere Energieformen relevant, wie z.B. Kernenergien bei Kernumwandlungen. Da für einen betrachteten Vorgang nur die Energieänderung eine Rolle spielt, werden die gleichbleibenden Energieformen meist nicht aufgeführt.



Schema 4: Energieumwandlung (blau) im System gespeicherter Energie in andere Energieformen innerhalb des Systems.

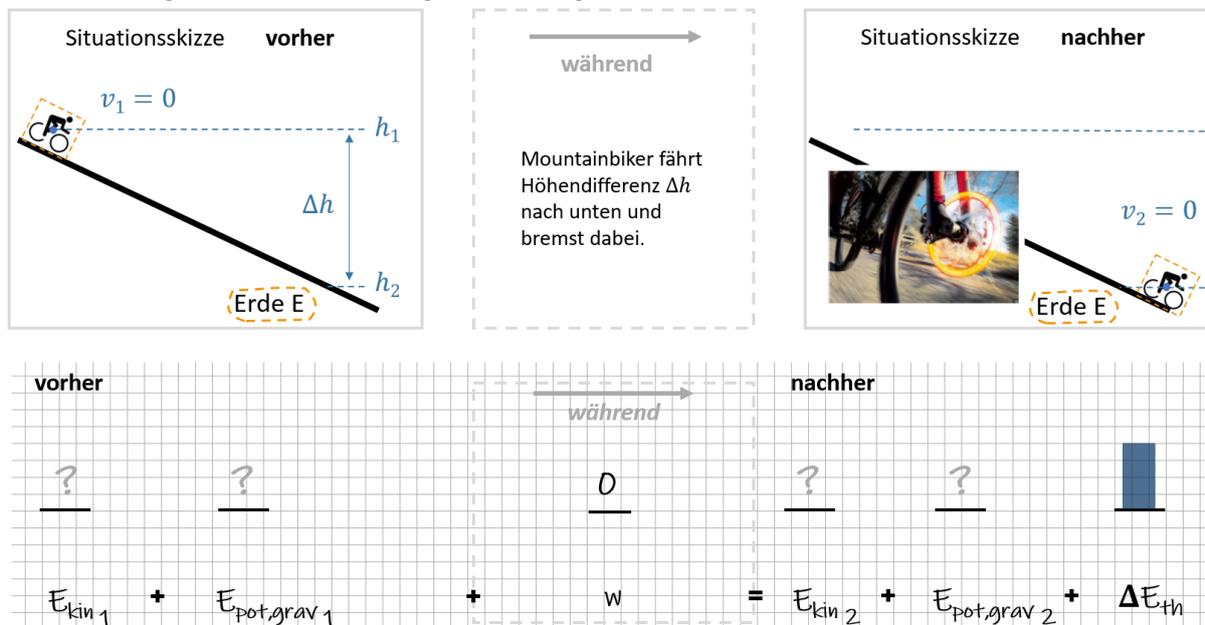
### 2.3. Thermische und chemische Energie

Es ist schwierig die absolute Menge thermischer sowie chemischer Energie anzugeben, die ein System enthält. Die Änderung dieser Energieformen lässt sich wesentlich besser bestimmen. Auch im Energiebalkendiagramm und später im Lösungsansatz werden daher die Änderungen  $\Delta E_{therm}$  bzw.  $\Delta E_{chem}$  verwendet.

Wir wollen dies an den zwei folgenden Beispielen zeigen:

Ein Mountainbiker (85 kg inkl. Fahrrad) fährt eine 200 m Höhendifferenz nach unten und bremst dabei. Wie heiß werden die Bremsscheiben (Masse 150 g, Edelstahl  $c = 0,47 \frac{kJ}{kg K}$ , d.h. wenn sich das Material bei einer Energiezufuhr von 0,47 kJ um 1 K pro kg erwärmt) maximal, wobei die Änderung der thermischen Energie hier durch  $\Delta E_{therm} = c \cdot m \cdot \Delta T$  bestimmt ist?

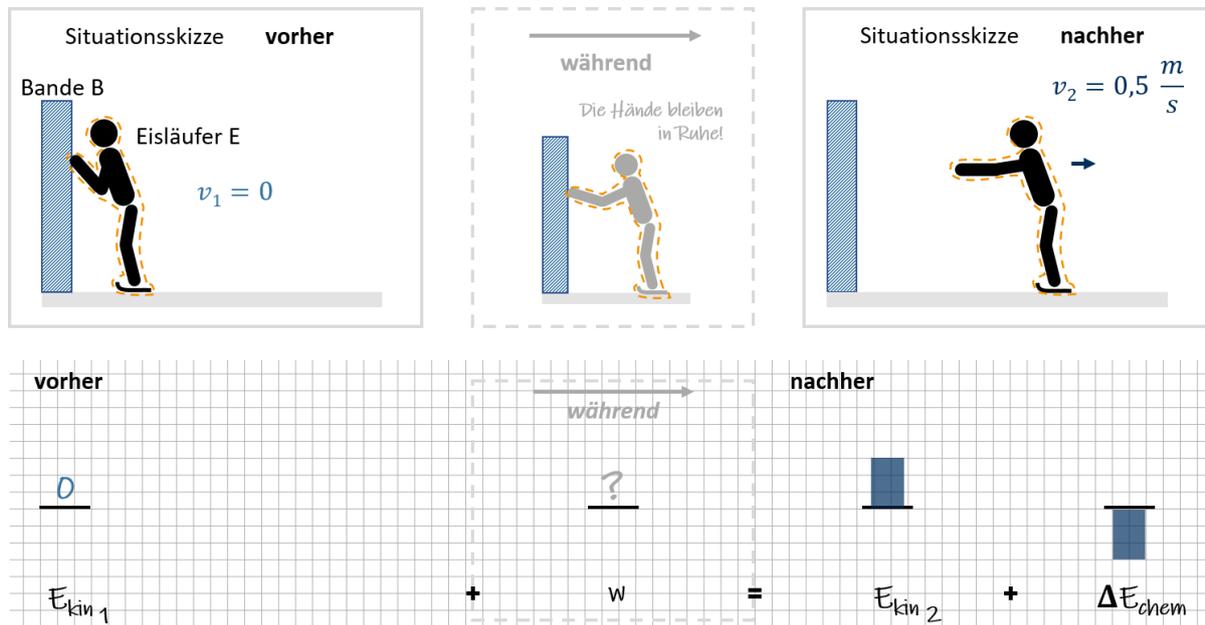
Um eine solche Frage nach der Erwärmung der Bremsscheiben zu beantworten, müssen wir aus dem Energieprinzip die maximale Änderung der thermischen Energie während der Talfahrt bestimmen. Vervollständigen Sie dazu das Energiebalkendiagramm in Abb. 7.



**Abb.7:** Talfahrt eines Mountainbikers: Vorher/Nachher-Skizze und Energiebalkendiagramm (unvollständig).

Da wir den Grenzfall betrachten, können wir alle Reibungseffekte mit der Umgebung vernachlässigen. Auf das System aus Rad, Radfahrer und Planet Erde wirken demnach keine äußeren Kräfte und es wird keine Arbeit von außen am System verrichtet. Da der Radfahrer vor und nach der Talfahrt in Ruhe ist, besitzt das System in den Situationen vorher/nachher jeweils keine kinetische Energie. Dass der Radfahrer zwischenzeitlich in Bewegung war und offensichtlich eine Umwandlung in kinetische Energie stattgefunden hat, spielt zu den betrachteten Zeitpunkten keine Rolle. Die Änderung der thermischen Energie ergibt sich also direkt aus der Änderung der potentiellen Energie.

Im nächsten Beispiel betrachten wir einen Eisläufer E, der sich aus der Ruhe mit seinen Armen von der Bande B abstößt und zu gleiten beginnt. Woher bekommt er seine kinetische Energie?



**Abb.8:** Abstoßen eines Eisläufers von der Bande: Vorher/Nachher-Skizze und Energiebalkendiagramm.

Um diese Frage zu klären, wollen wir zunächst analysieren, ob während des Beschleunigungsvorgangs Arbeit von der Umgebung am Eisläufer verrichtet wird. Natürlich üben die Hände beim Abstoßen eine Kraft auf die Bande aus und umgekehrt übt die Wand eine externe Kraft auf die Hände des Eisläufers aus.

Die Berührungsfläche zwischen Bande und Händen bleibt dabei allerdings unbewegt. Die Kraft der Wand auf das System Eisläufer verrichtet somit keine Arbeit und es wird keine Energie von der Wand auf den Eisläufer übertragen. Diese Einsicht ist insofern beruhigend, als dass man nicht von einer Wand, an der man gerade lehnt, einen Stoß versetzt bekommen möchte. Bleibt allerdings die Frage, woher nun die kinetische Energie kommt.

Da Energieübertragung aus der Umgebung ausscheidet, muss es sich um eine Energieumwandlung innerhalb des Systems handeln. Während seine Hände durch die Wand an Ort und Stelle gehalten werden, streckt der Eisläufer seine Arme und beschleunigt sich damit selbst weg von der Wand. Dabei wird durch seine Muskeln chemische Energie in mechanische umgewandelt.

In der Situation nachher ist im System weniger chemische Energie enthalten,  $\Delta E_{chem}$  ist negativ, da die Muskeln durch chemische Stoffumwandlung kinetische Energie generiert haben.

### 3 Zusammenfassung - Das Energieprinzip

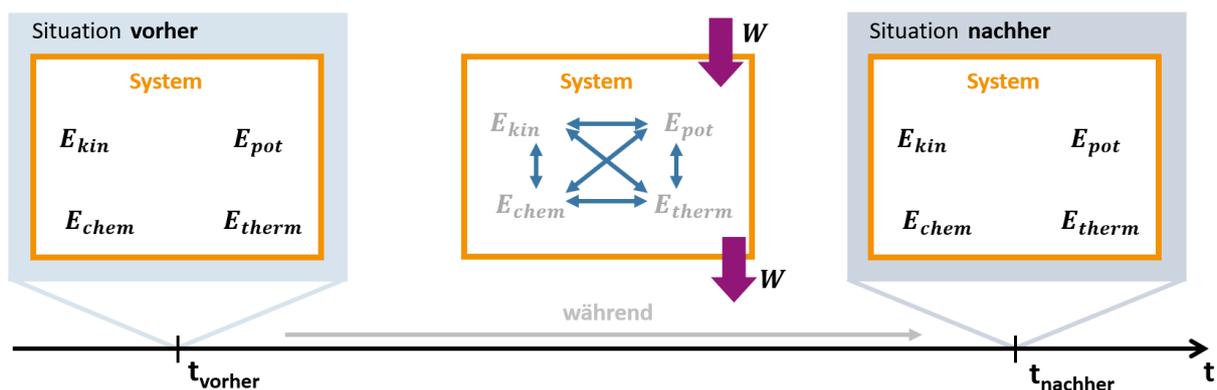
Das Energieprinzip ist simple Buchhaltung:

- Wird Arbeit über die Grenzen des Systems übertragen, ändert sich die Gesamtenergie des Systems um genau diesen Betrag. Dies ist das Energieprinzip  $\Delta E_{sys} = W$
- Insbesondere wenn nichts aufgenommen oder abgegeben wird ( $\Delta E_{sys} = 0$ ), bleibt die Menge der Energie im System gleich. (In diesem speziellen Fall sprechen wir von Energieerhaltung.)

Betrachten wir ein System zu einem bestimmten Zeitpunkt  $t_{vorher}$ , befindet sich dieses in einem bestimmten Zustand und die im System gespeicherte Energie kann die verschiedenen Energieformen  $E_{kin}$ ,  $E_{pot}$ ,  $E_{chem}$  oder  $E_{therm}$  annehmen.

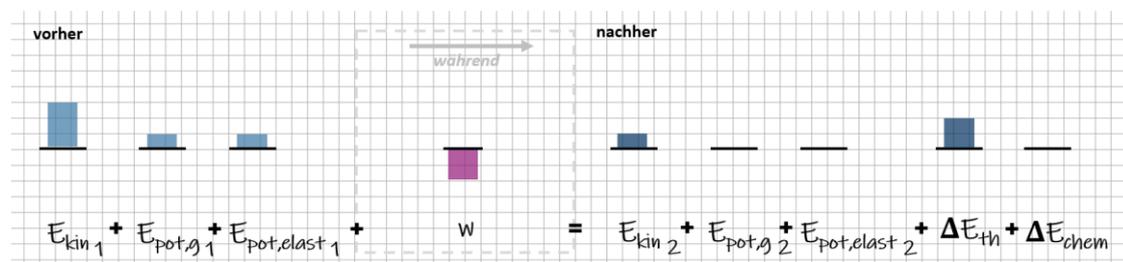
Zu einem späteren Zeitpunkt  $t_{nachher}$ , kann ein anderer Zustand erreicht sein. Die Energie des Systems  $E_{sys}$  ist dann wieder in den verschiedenen Energiearten  $E_{kin}$ ,  $E_{pot}$ ,  $E_{chem}$  oder  $E_{therm}$  gespeichert.

In der Zwischenzeit kann eine Umverteilung der Energie im System erfolgen. Und es kann dem System Energie in Form von Arbeit zugeführt oder entnommen werden.



**Abb.9:** Veranschaulichung auf einem Zeitstrahl: In den Situationen zu den Zeitpunkten  $t_{vorher}/nachher$  existiert eine feste Verteilung der Energien im System. Energieumwandlung oder -übertragung erfolgt über einen Zeitraum.

Das Energiebalkendiagramm bilanziert anschaulich über die Menge der Energie im System. Es ist die grafische Darstellung des Lösungsansatzes, den Sie für die rechnerische Lösung des Problems benötigen.



Mit Hilfe dieser grafischen Repräsentation lässt sich das Energiebilanzieren im System trainieren. Wir können für eine Vielzahl von Problemen den Lösungsansatz aufstellen, ohne den letzten Schritt - die tatsächliche Berechnung – durchzuführen.

Sollten Sie nach einiger Übung sicher im Aufstellen der Energiebilanz anhand des Systemschemas sein, können Sie anstatt des Energiebalkendiagramms direkt den Lösungsansatz aufstellen.

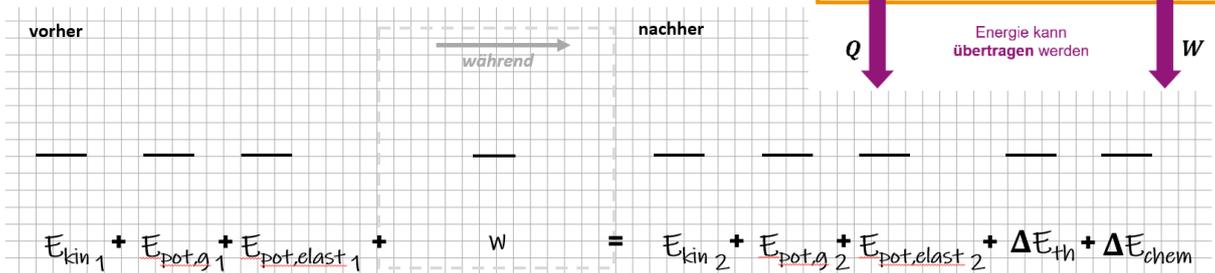
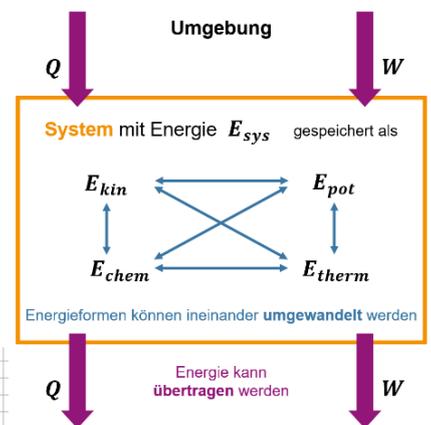
4 Schritt für Schritt Anleitung - Energie und Arbeit im System bilanzieren

0. Analysieren Sie die Aufgabenstellung: Wird eine Änderung, ein Prozess beschrieben?  
Welcher Situation herrscht, unmittelbar bevor diese Veränderung einsetzt?  
Welcher Situation herrscht, unmittelbar nachdem die Veränderung abgeschlossen ist?
1. Legen Sie jeweils eine Skizze dieser Situation vorher und nachher an.  
Tragen Sie die in der Aufgabenstellung gegebenen Größen ein.  
(Manchmal ist dazu eine dritte Skizze „während“ hilfreich, die den Prozess darstellt.)



2. Wählen Sie Ihr System und markieren Sie es in beiden Skizzen.
3. Betrachten Sie nun das Schema zum Energieprinzip:

Welche Energiearten sind im System vorher/nachher enthalten?  
Legen Sie dementsprechend ein Energiebalkendiagramm an.  
(Tipp: Lassen Sie genügend Platz, falls Ihnen während der Bearbeitung der Aufgabe noch weitere beteiligte Energieformen auffallen.)

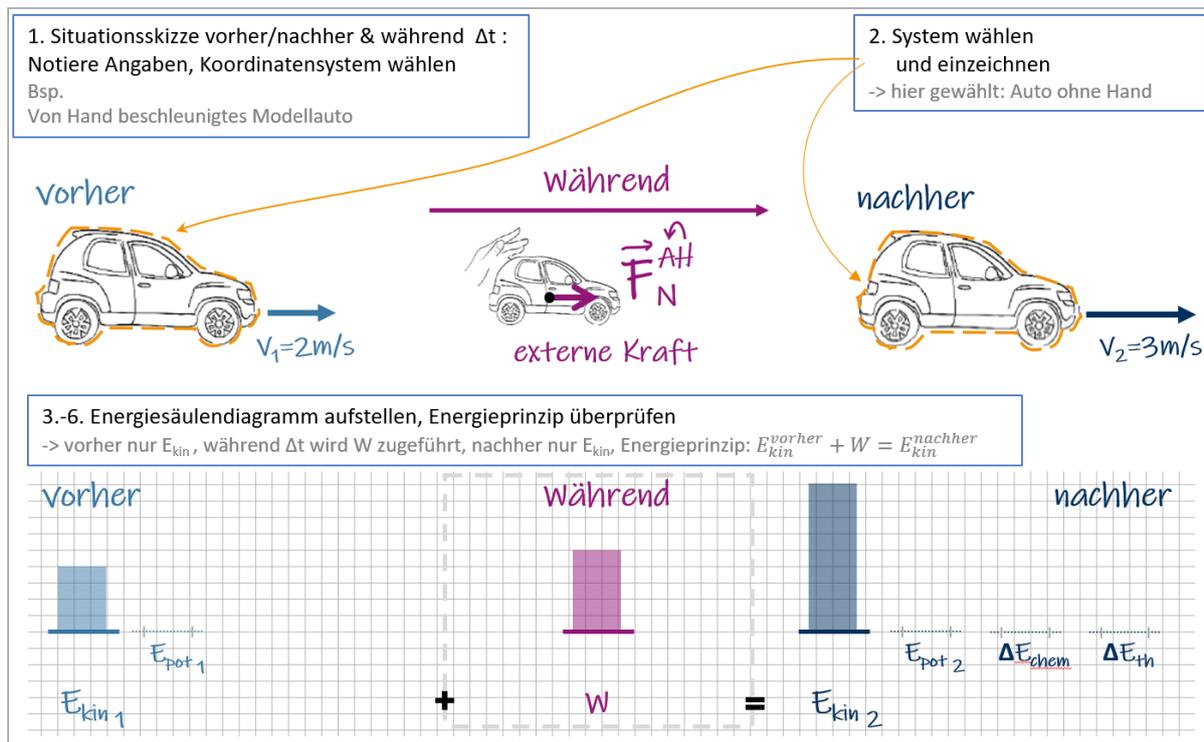


4. Analysieren Sie die Situationen vorher/nachher einzeln:  
Welche Energieformen kommen vorher vor? Welche nachher?  
Nehmen einzelne Energiearten zu oder ab?  
  
Versuchen Sie die Relationen anhand der Angaben der Aufgabe grafisch korrekt zu repräsentieren.  
(z.B. verdoppelte Geschwindigkeit vorher gegenüber nachher Angabe entspricht der vierfachen kinetische Energie vorher gegenüber nachher.)
5. Erfolgt zwischen vorher/nachher der Austausch von Arbeit mit der Umgebung?  
Tragen Sie die verrichtete Arbeit im Bereich „während“ des Energiebalkendiagramms ein.  
(Gibt es Kräfte externer Objekte auf Ihr System? Verrichten diese Kräfte Arbeit? Ist die Arbeit positiv oder negativ, d.h. fügt sie dem System Energie hinzu oder wird vom System Energie abgegeben.)
6. Überprüfen Sie, ob Ihr Energiebalkendiagramm dem Energieprinzip  $\Delta E_{ges} = W$  genügt.  
D.h. entspricht die Gesamtenergie im System vorher zusammen mit der im Prozess zugeführten Arbeit der Gesamtenergie des Systems nachher:  $E_{ges}^{vorher} + W = E_{ges}^{nachher}$

Anleitungsübersicht - Energie und Arbeit im System bilanzieren

Für eine **Übersicht zum Bilanzieren von Energie und Arbeit im System** wollen wir diese Anleitung anhand des ersten Beispiels (Kap. 2.1, Abb. 1) abarbeiten:

Betrachtet wird ein Modellauto, das sich reibungsfrei mit einer Geschwindigkeit von 2m/s nach rechts bewegt. Während des Beschleunigungsprozesses übt eine Hand Kraft auf das Auto aus und beschleunigt es auf 3m/s. Wir zeichnen die Situationsskizze vorher, nachher und während. Anschließend zeichnen wir für das gewählte System das Energiebalkendiagramm und überprüfen, ob das Energieprinzip gewahrt ist.



**Diese Arbeitsschritte zerlegen eine Aufgabenstellung zum Thema Energie.**

**Anhand der übersichtlichen Darstellung des Problems, sollte sich der Lösungsansatz auch für komplexere Fragestellungen sicher finden lassen.**

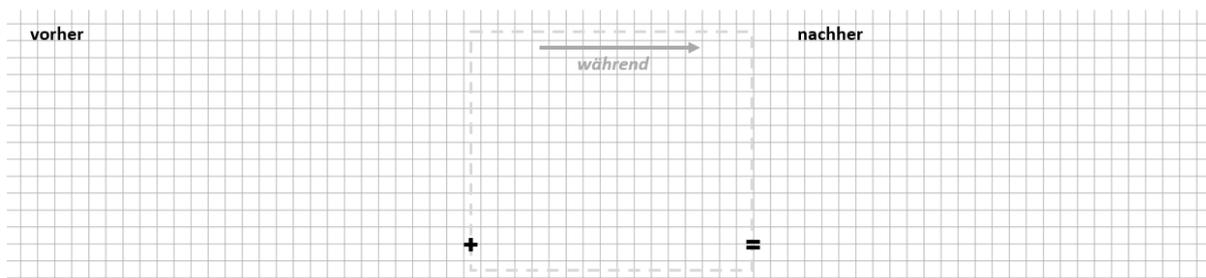
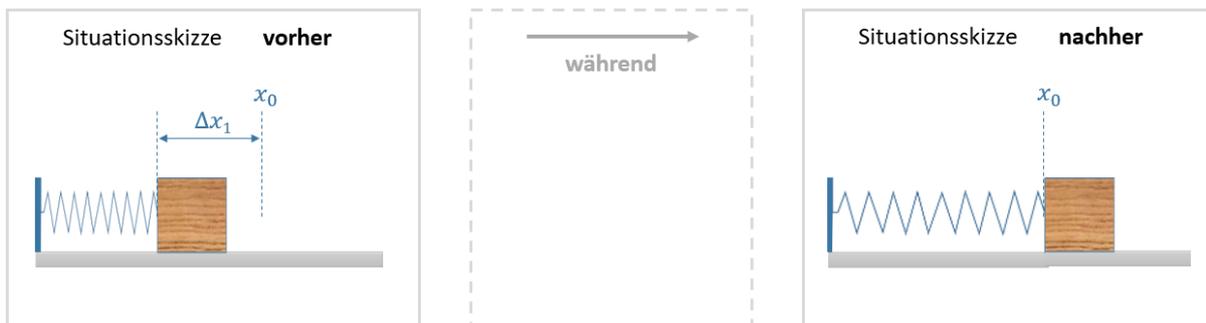
## 5. Gleiches Beispiel – verschiedene Systeme

### 5.1.1 Vorgespannte, horizontale Feder beschleunigt Klotz reibungsfrei – System Klotz

An einer Wand ist eine horizontale, masselose Feder (Federkonstante  $D$ ) befestigt und um die Distanz  $\Delta x_1$  zusammengedrückt. Vor der Feder liegt ein Klotz der Masse  $m$ , der nicht mit der Feder verbunden ist. Die vorgespannte Feder wird nun losgelassen, entspannt sich und beschleunigt dabei den Klotz, der anschließend mit der Geschwindigkeit  $v$  reibungsfrei weiter über den Boden gleitet. Als Situation nach der Beschleunigungsphase betrachten wir den Moment, wenn die Feder gerade die Ruhelage erreicht hat. Der letzte Moment, in welchem die Feder den Klotz berührt bevor dieser weiter über den Tisch gleitet.

Vervollständigen Sie zunächst die Vorher/Nachher-Skizzen und tragen Sie alle Angaben ein.

Markieren Sie nun den Klotz als Ihr System und stellen Sie das Energiebalkendiagramm auf. Notieren Sie unter dem Diagramm die entsprechende Gleichung des Energieprinzips.



Zwischenfrage:

Ist dieses System isoliert? Ist also die Energie erhalten?

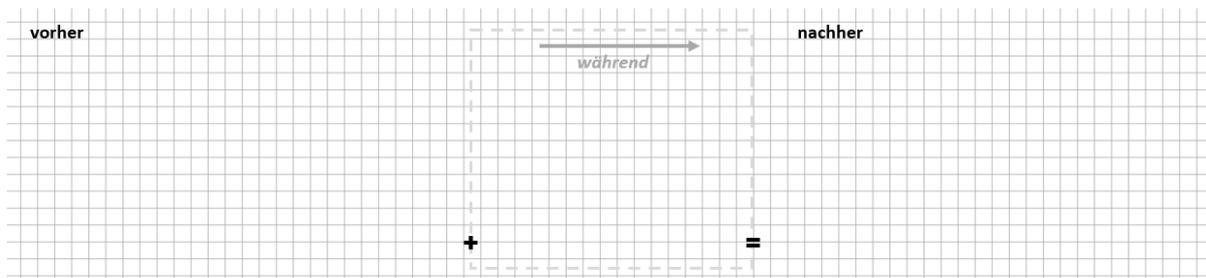
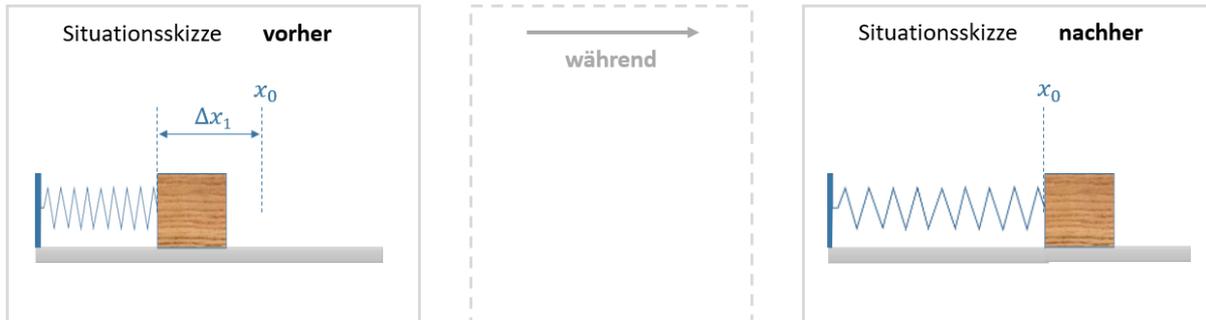
.....  
.....

Oder wird vom System Energie in Form von Arbeit aus der Umgebung aufgenommen oder an diese abgegeben?

.....  
.....

5.1.2 Vorgespannte, horizontale Feder beschleunigt Klotz reibungsfrei – System Klotz und Feder

Wir betrachten nun das exakt gleiche Experiment wie in 7.1. Markieren Sie dieses Mal Klotz und Feder als Ihr System und stellen Sie das entsprechende Energiebalkendiagramm auf. Notieren Sie anschließend die Gleichung entsprechend dem Energieprinzip.



Zwischenfrage:

Ist dieses System isoliert? Oder wird von der Umgebung am System Arbeit verrichtet (bzw. umgekehrt)?

.....  
.....

Vergleichen Sie die Energiebalkendiagramme in 7.1. und 7.2. :

Welcher Lösungsansatz ergibt sich aus dem Energieprinzip, dass Sie jeweils notiert haben, wenn Sie die Geschwindigkeit  $v$  des Klotzes am Ende der Beschleunigung bestimmen wollen?

Lösungsansatz für das System Klotz:

.....  
.....

Lösungsansatz für das System Klotz und Feder:

.....  
.....

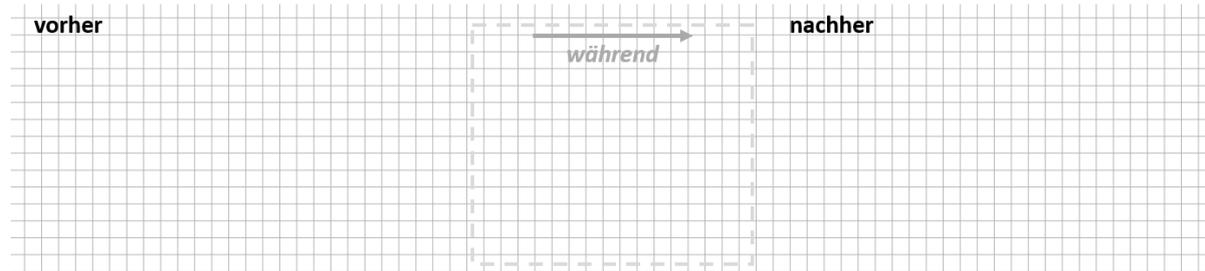
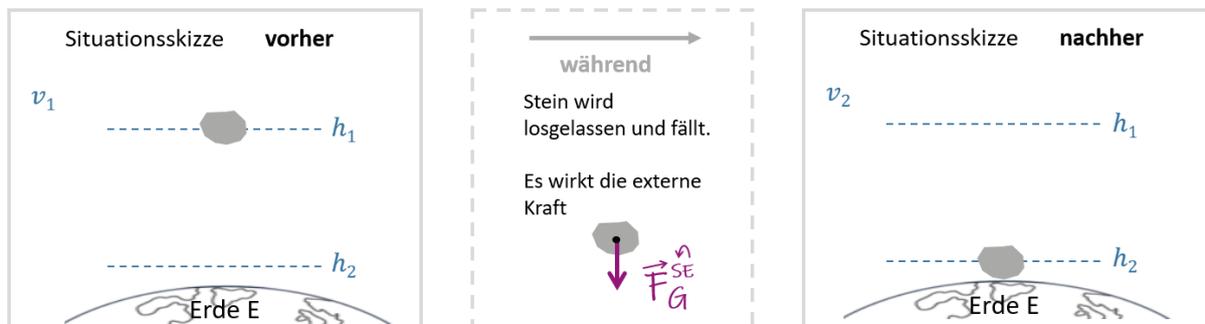
Welchen Lösungsansatz würden Sie bei den gegebenen Größen bevorzugen?

Erkenntnis: Beides ist selbstverständlich richtig, die Wahl des Systems ist willkürlich. Sie beeinflusst aber den Lösungsansatz, der sich ergibt. Durch eine geschickte Wahl je nach Problem kann sich der Schwierigkeitsgrad also deutlich ändern. Zur Vertiefung dieser Problematik schließen wir noch ein weiteres Beispiel an, bei dem wir verschiedene Systeme betrachten.

### 5.2.1 Fallender Stein – System Stein

Ein Stein der Masse  $m$  wird in Höhe  $h_1$  im Gravitationsfeld der Erde gehalten. Nach dem Loslassen fällt der Stein reibungsfrei, beschleunigt durch die Gravitationskraft der Erde auf den Stein. Im Moment vor dem Aufprall in Höhe  $h_2 = 0$  erreicht der Stein seine maximale Geschwindigkeit  $v_2$ .

Vervollständigen Sie zunächst die Vorher/Nachher-Skizzen und tragen Sie alle Angaben ein. Markieren Sie nun den Stein als Ihr System und stellen Sie das Energiebalkendiagramm auf. Notieren Sie unter dem Diagramm die entsprechende Gleichung des Energieprinzips.



Zwischenfrage:

Gibt es externe Kräfte, die entlang des Weges wirken? Wird demnach Energie in Form von Arbeit aus der Umgebung aufgenommen oder an diese abgegeben?

.....

.....

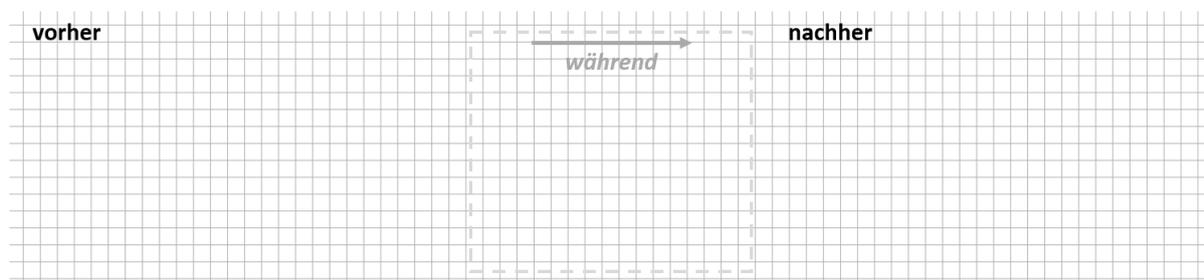
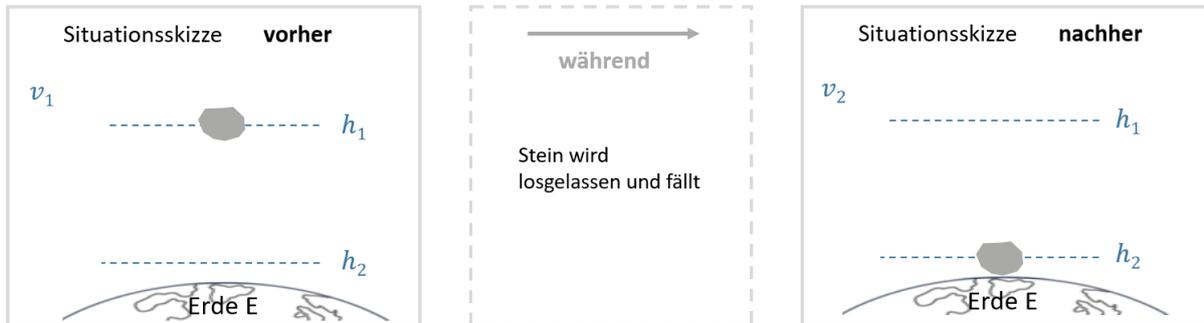
In welcher Energieform wird die übertragene Energie gespeichert?

.....

.....

### 5.2.2 Fallender Stein – System Stein und Erde

Wir betrachten nun das exakt gleiche Experiment wie in 7.3. Markieren Sie dieses Mal Stein und Erde als Ihr System und stellen Sie das entsprechende Energiebalkendiagramm auf. Notieren Sie anschließend die Gleichung entsprechend dem Energieprinzip.



Zwischenfrage:

Ist dieses System isoliert? Oder wird von der Umgebung am System Arbeit verrichtet (bzw. umgekehrt)?

.....  
.....

Vergleichen Sie die Energiebalkendiagramme in 7.3. und 7.4. :

Welche mechanischen Energieformen existieren in den beiden unterschiedlichen Systemen?

.....  
.....

Stellen Sie anhand der Beispiele 7.1, 7.2, 7.3 und 7.4 eine Regel auf, wann potentielle Energie in einem System gespeichert werden kann!

.....  
.....